Arbeitshilfe Mathematik - Zahlen und Operationen

# Allgemeine Informationen

Kind

|  |  |
| --- | --- |
| Name, Vorname: |  |
| geboren am, in: |  |
| Religion, Nationalität: |  |
| Geschlecht: |  |
| Anschrift: |  |

Mutter

|  |  |
| --- | --- |
| Name, Vorname: |  |
| geboren am, in: |  |
| Religion, Nationalität: |  |
| Geschlecht: |  |
| Anschrift: |  |
| Beruf: |  |
| z. Zt. ausgeübte Tätigkeit: |  |

Vater

|  |  |
| --- | --- |
| Name, Vorname: |  |
| geboren am, in: |  |
| Religion, Nationalität: |  |
| Geschlecht: |  |
| Anschrift: |  |
| Beruf: |  |
| z. Zt. ausgeübte Tätigkeit: |  |

Bildungsinstitutionen und Betreuung

(Kinderkrippe, Kindergarten, Frühförderstelle, Schule, längerer Klinikaufenthalt, Tagesmutter, Hort, Tagesgruppe, Wohngruppe, …)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Nr. | Was? / Wo? | von… bis… |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
| 6 |  |  |

Diagnostische Fragestellung

|  |
| --- |
|  |

# Aktivitäten Zahlverständnis

Besteht bei einem Kind bzw. Jugendlichen ein basales Verständnis für Mengeneigenschaften und wird die Zahlwortreihe als Ganzheit aufgefasst, wird in der Arbeitshilfe B1 ausgewählt.

Ist ein Operieren mit Zahlen bereits möglich, wird in der Arbeitshilfe B2 (Kompetenzebenen des Zahlverständnisses) ausgewählt.

## Basales Verständnis von Mengeneigenschaften

Operations- und Stellenwertverständnis sind in diesem Fall nicht relevant. Die Bereiche B2, C und D der Arbeitshilfe werden folglich nicht ausgefüllt. Im Bereich Teilhabe (E) wird Bereich E1 ausgewählt.

|  |  |
| --- | --- |
| **Kompetenzebene I: Ordinales Zahlverständnis**  Basales Verständnis für Mengeneinheiten   * Spontane Mehr-Weniger-Vergleiche machen * Gegenstände nach ihren Eigenschaften sortieren * Gegenstände vergleichen * Gegenstände einer Reihenfolge nach anordnen * Mengen aus unterschiedlichen Elementen in * Alltagszusammenhängen bilden   Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe   * Die Zahlwortreihe wie ein Gedicht aufsagen * Kein Abzählen * Keine Eins-zu-Eins-Zuordnung von Zahl und Objekt |  |

## Kompetenzebenen Zahlverständnis

Da in verschiedenen Situationen bzw. Zahlenräumen unterschiedliche Zählstrategien genutzt werden, müssen alle Kompetenzebenen des Zahlverständnisses in den Blick genommen werden. Hierbei ist zu beschreiben, in welcher Situation bzw. in welchem Zahlenraum welche Strategie genutzt wird. Im Anschluss muss eine Entscheidung bezüglich der Kompetenzebene des Operationsverständnisses getroffen werden (C1-C4).

|  |  |
| --- | --- |
| **Kompetenzebene I: Ordinales Zahlverständnis**  Basales Verständnis für Mengeneinheiten   * Spontane Mehr-Weniger-Vergleiche machen * Gegenstände nach ihren Eigenschaften sortieren * Gegenstände vergleichen * Gegenstände einer Reihenfolge nach anordnen * Mengen aus unterschiedlichen Elementen in * Alltagszusammenhängen bilden   Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe   * Die Zahlwortreihe wie ein Gedicht aufsagen * Kein Abzählen * Keine Eins-zu-Eins-Zuordnung von Zahl und Objekt   Unflexible Zahlwortreihe   * Abzählen möglich, Beginn immer bei der Zahl Eins * Einzelne Zahlwörter unterscheiden   Teilweise flexible Zahlwortreihe  Übergang ordinales ZV - kardinales ZV   * Beim Zählen irgendwo in der Reihe beginnen * Vorgänger und Nachfolger angeben   Flexible Zahlwortreihe   * Um eine Anzahl von Schritten weiterzählen * Erste Additionsstrategien einsetzen   Vollständig reversible Zahlwortreihe   * Abschnitte der Zahlwortreihe in beide Richtungen * zählen * Erste Additions- und Subtraktionsstrategien nutzen   **Kompetenzebene II: Kardinales Zahlverständnis**   * Zählen von Abschnitten der Zahlwortreihe in beide Richtungen * Additions- und Subtraktionsstrategien nutzen * Visuell gestützt von einer Teil- zu einer Gesamtmenge ergänzen   **Kompetenzebene III: Teil-Teil-Ganzes-Verständnis**   * Teilmengen aus einer Gesamtmenge bilden * Unterschiede von Mächtigkeiten erfassen (größer als/kleiner als) * Zahlenmuster erkennen und weiterführen   **Kompetenzebene IV: Relationalität**   * Die Differenz zwischen zwei Mengen bestimmen * in Schritten rückwärtszählen * Zahlenmuster erkennen und weiterführen |  |

# Aktivitäten Operationsverständnis

An dieser Stelle muss eine Entscheidung bezüglich der Kompetenzebene des Operationsverständnisses getroffen werden (C1-C4). Es wird ausschließlich die ausgewählte Kompetenzebene ausgefüllt.

## Kompetenzebene I: Einfachste Operationen bei klar strukturierten Situationen verstehen

|  |  |
| --- | --- |
| * Eine konkret erfassbare Realsituation (unmittelbar verständlich, keine Strukturierung notwendig, Werte in der Rechenreihenfolge angegeben) mit passenden Signalwörtern in eine einschrittige Rechenoperation übersetzen * Einfachste Grundvorstellungen zur Addition (z.B. Zusammenfügen), zur Subtraktion (z.B. Wegnehmen), zur Multiplikation (z.B. räumlich wiederholte Anordnung), auf dieser Kompetenzebene noch keine hinreichend sichere Nutzung der Grundvorstellungen im Bereich der Division |  |

## Kompetenzebene II: Elementare Operationen verstehen

|  |  |
| --- | --- |
| * Eine einfache Problemstellung (abstrakte Beziehungen zwischen Größen oder Zahlen, Notwendigkeit einer einfachen gedanklichen Strukturierung der dargestellten Situation, die Reihenfolge der genannten Werte oder Signalwörter können nicht mehr als Hinweis auf passende Operationen genutzt werden) in eine einschrittige Rechenoperation übersetzen * Grundvorstellungen zu den 4 Rechenarten (u.a. auch Ergänzen, Aufteilen, Verteilen) |  |

## Kompetenzebene III: Verknüpfte bzw. mehrschrittige Operationen verstehen

|  |  |
| --- | --- |
| * Mehrschrittige Lösungswege bei komplexeren Beziehungen * zwischen Zahlen und Größen finden (gedankliche Strukturierung und Vereinfachung der dargestellten Situation, die Reihenfolge der genannten Werte oder Signalwörter können nicht mehr als Hinweis auf passende Operationen genutzt werden) * Verknüpfung mehrerer Grundvorstellungen miteinander |  |

## Kompetenzebene IV: Operationen bei komplexen und problemhaltigen Situationen verstehen und flexibel anwenden

|  |  |
| --- | --- |
| * Eine Situation von ausgeprägter Komplexität und Problemhaltigkeit (Verkettung der einzelnen Rechenschritte nur durch eine gedankliche Konstruktion der Situation und nicht durch schrittweises Vorgehen) in mehrschrittige Rechenoperationen übersetzen * Grundvorstellungen zu den 4 Rechenarten (u.a. auch Ergänzen, Aufteilen, Verteilen) |  |

# Aktivitäten Stellenwertverständnis

Bei einem Zahlenraum größer 20 ist das Stellenwertverständnis relevant. An dieser Stelle muss eine Entscheidung bezüglich der Kompetenzebene des Stellenwertverständnisses getroffen werden (D1-D4). Es wird ausschließlich die ausgewählte Kompetenzebene ausgefüllt.

## Kompetenzebene I: Mit einzelnen Stellenwerten umgehen

|  |  |
| --- | --- |
| Einzelne Stellenwerte identifizieren und in andere Zahldarstellungen übertragen (z.B. Stellenwerttafel, Zahlenstrahl mit einfacher Verfeinerung der Skalierung, Zifferndarstellung, Zahlwörter)   * Hierzu ist weder Bündeln noch Entbündeln notwendig * Die Zahlen bewegen sich überwiegend im niedrigen Zahlenraum * Die Zahlen enthalten nur einzelne nicht besetzen Stellen bzw. Nullen |  |

## Kompetenzebene II: Beziehungen zwischen Stellenwerten berücksichtigen und additive Zahlzerlegungen nutzen

|  |  |
| --- | --- |
| * Zahlen schrittweise erhöhen/verkleinern (z.B. in 100er-Schritten) * Einfache Überträge bzw. Entbündelungen meistern * Bei Übersetzungen zwischen Zahldarstellungen Stellenwerte zunächst ordnen und teils auch mehrere nicht besetzte Stellen berücksichtigen * Mit additiven Zahlzerlegungen (z.B. im Tausenderraum) Abstände und Differenzen zwischen Zahlen vergleichen |  |

## Kompetenzebene III: Komplexe Beziehungen zwischen Stellenwerten berücksichtigen und einfache multiplikative Zahlzerlegungen sowie Vorstellungen zu Zahlgrößen nutzen

|  |  |
| --- | --- |
| * Bündelungen bzw. Entbündelungen auch mehrfach vornehmen * Mehrere Eigenschaften von Zahlen (z.B. Zahlgröße, Anzahl von Stellen) in unterschiedl. Zahldarstellungen in den Blick nehmen * Auch mit nicht standardisierten Zahldarstellungen operieren (z.B. 17 Zehner, 60 Hunderter). * Einfache multiplikative Zahlzerlegungen nutzen, um z.B. Produkte aus Stufenzahlen (1, 10, 100, 1 000) zu vergleichen |  |

## Kompetenzebene IV: Zahlen bei komplexen und problemhaltigen Situationen verstehen und flexibel mit Zahlen umgehen

|  |  |
| --- | --- |
| * Mehrere Zahleigenschaften gleichzeitig (z.B. Zahlgröße, Anzahl von Stellen, Teilbarkeit) bei komplexen und mehrschrittigen Problemstellungen systematisch analysieren und berücksichtigen * Wirkungen von komplexen Rechenoperationen auf Stellenwertzahlen des Ergebnisses abschätzen (z. B. bei Division durch Tausenderzahlen) sowie Zahlbeziehungen für Rechenvorteile nutzen |  |

# Teilhabe

Bei Auswahl des basalen Mengenverständnisses (B1) wird an dieser Stelle E1 ausgewählt. In allen anderen Fällen wird E2 ausgewählt.

## Operationsverständnis und Stellenwertverständnis nicht relevant

|  |  |
| --- | --- |
| Zum Beispiel:   * Beim gemeinsamen Spiel, z. B. mit Eltern oder Geschwistern, Klötzchen oder Legosteine abzählen * Zahlenlieder, z. B. "Morgens früh um sechs...", gemeinsam singen * Memory spielen (immer genau zwei Karten aufdecken) |  |

## Operationsverständnis relevant und Stellenwertverständnis ggf. relevant

|  |  |
| --- | --- |
| Zum Beispiel:   * Tisch decken * Mit anderen Kindern ein Würfelspiel spielen * Am Schulkiosk einkaufen * Pläne (z. B. Busfahrplan) und Programme (z. B. Kinoprogramm) nutzen * In einer Rechenkonferenz über eine Aufgabe kommunizieren und den eigenen Rechenweg darstellen |  |

# Gesundheitszustand (nach ICD-10 oder DSM)

|  |  |
| --- | --- |
| (z. B. aus Arzt- und Klinikberichten, psychologischen Stellungnahmen) |  |

# Körperstrukturen

|  |  |
| --- | --- |
| Anatomische Teile des Körpers (z. B. anatomische Strukturen des Ohres) |  |

# Körperfunktionen

### Sinnesfunktionen

|  |  |
| --- | --- |
| * Funktionen des Sehens * Funktionen des Hörens |  |

### Stimm- und Sprechfunktionen

|  |  |
| --- | --- |
| * Artikulation * Sprechflüssigkeit * Sprechrhythmus * Sprechtempo |  |

### Funktionen der Muskelkraft und Bewegung

|  |  |
| --- | --- |
| * Finger- und Handmuskulatur * Differenzierte Bewegungskontrolle und -koordination |  |

### Mentale Funktionen

|  |  |
| --- | --- |
| Aufmerksamkeit:   * Daueraufmerksamkeit * Lenkung der Aufmerksamkeit * Geteilte Aufmerksamkeit |  |
| Gedächtnis:   * Kurzzeitgedächtnis (Gsm) * Langzeitspeicherung und -abruf (Glr) |  |
| Wahrnehmungsverarbeitung:   * Auditiv (Ga) (z.B. phonologische Bewusstheit) * Visuell (Gv) * Räumlich-visuell |  |
| Fluides Denken und Problemlösen (Gf):   * Schlussfolgerndes Denken * Handlungsplanung * Kognitive Flexibilität * Abstraktes Denken * Denktempo |  |
| Kristalline Fähigkeiten (Gc): (ggf. in Erst- und Zweitsprache):   * Lexikalisches Wissen * Grammatisches Wissen * Sprachverständnis * Allgemeinwissen * Kulturrelevantes Wissen |  |
| Psychomotorische Funktionen:   * Manuelle Dominanz (Gp) * Laterale Dominanz (Gp) * Psychomotorische Geschwindigkeit (Gps) * Richtungsorientierung |  |
| Sonstige mentale Funktionen:   * Verarbeitungsgeschwindigkeit (Gs) * Reaktions- und Entscheidungsgeschwindigkeit (Gt) |  |

# Umweltfaktoren

## Operationsverständnis und Stellenwertverständnis nicht relevant

|  |  |
| --- | --- |
| Unterstützung und Beziehungen:   * Wie gestalten sich die Beziehungen des Kindes im familiären und schulischen Kontext? * Bekommt das Kind zusätzliche Förderangebote? |  |
| Einstellungen:   * Vermitteln die Eltern eine positive Grundhaltung zur Mathematik? * Inwieweit wecken die Eltern/Lehrkraft beim Kind Interesse und Neugier an mathematischen Phänomenen? |  |
| Lernumgebung:   * Welche Rolle spielen Zahlen und Zählen beim Betrachten von Bilderbüchern (z. B. Wimmelbücher, Raupe Nimmersatt, ...)? * Geben die Bezugspersonen ein Vorbild bezüglich des Abzählens unterschiedlicher Elemente (z. B. Würfelaugen, Gegenstände, ...)? * Inwieweit erfolgt eine Mathematisierung des Alltags (z. B. Abzählen von Gläsern beim Tischdecken)? |  |

## Operationsverständnis und Stellenwertverständnis relevant

|  |  |
| --- | --- |
| Unterstützung und Beziehungen:   * Wie gestalten sich die Beziehungen des Kindes im familiären und schulischen Kontext? * Bekommt das Kind zusätzliche Förderangebote? |  |
| Einstellungen:   * Vermitteln die Eltern eine positive Grundhaltung zur Mathematik? * Inwieweit wecken die Eltern/Lehrkraft beim Kind Interesse und Neugier an mathematischen Phänomenen? |  |
| Lernumgebung:   * Inwieweit werden prozessbezogene Kompetenzen (Darstellen, Modellieren, Problemlösen, Argumentieren und Kommunizieren) ausreichend berücksichtigt? * Welches Mathematik-Lehrwerk wird genutzt? * Welche Darstellungsmittel werden eingesetzt (z.B. Wendeplättchen, Schüttelbox, 1000er-Würfel,...)? * Werden Anschauungsmittel schülerangemessen adaptiert (z.B. Schriftgröße, Kontrast,...)? * Gibt es Differenzierungs- und/oder Individualisierungsangebote? * Welche Rolle spielt die Automatisierung von mathematischen Prozessen? * Wie gestaltet die Lehrkraft den Umgang mit sprachlichen Barrieren? * Inwieweit erfolgt eine Mathematisierung des Alltags? |  |
| Hilfsmittel:   * PC, iPad, Übertragungsanlage, Talker,...? |  |

# Personbezogene Faktoren

|  |  |
| --- | --- |
| * Selbstwirksamkeitserwartungen * Motivation * Selbstvertrauen * Selbstkonzept * Interesse * Attribuierung |  |

# Hypothesen

Im Rahmen der Hypothesenbildung werden Zusammenhänge beschrieben, die erklären, woran es liegen könnte, dass bei einem Kind bzw. einem Jugendlichen Schwierigkeiten, z.B. beim Operieren mit Zahlen, bestehen (vgl. Hypothesenbildung <https://wsd-bw.de/doku.php?id=wsd:mathematik:hinweise_hypothesenbildung> )

Folgende Fragestellungen sind hierbei von besonderer Relevanz:

* Werden relevante, d.h. wissenschaftlich nachgewiesene Zusammenhänge in den Blick genommen?
* Sind die Hypothesen anhand ausgewählter Theorien/Modelle begründbar?
* Geben die Hypothesen konkrete Hinweise für die Ableitung von Zielen und Bildungsangeboten?

|  |
| --- |
|  |

# Kooperative Bildungsplanung

Im Rahmen der kooperativen Bildungsplanung werden für ein Kind bzw. einen Jugendlichen passgenaue Ziele und Bildungsangebote formuliert. Diese knüpfen unmittelbar an die zuvor formulierten Zusammenhangshypothesen an.

Folgende Fragestellungen sind hierbei von besonderer Relevanz:

* Ist ein logischer und theoretisch begründbarer Zusammenhang zwischen Zielen und Bildungsangeboten mit den zuvor gebildeten Hypothesen erkennbar?
* Sind die Ziele und Bildungsangebote spezifisch, d.h. auf die diagnostische Fragestellung bezogen?
* Ist die Wirksamkeit der Bildungsangebote wissenschaftlich erwiesen? (vgl. Hinweise zur Didaktisierung <https://wsd-bw.de/doku.php?id=wsd:didaktisierung:mathematik> )

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ziele | Individuelle Bildungsangebote  Verantwortlich für die Umsetzung | Kompetenzorientierte Leistungsfeststellung  (Anhaltspunkte für die Zielerreichung) |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |